

09 電気磁気学シケフリ。

0. はじめに

どうも、最近「いきものがかり」がマイブームなPちゃんこと清水です。
でも、なぜかしけプリ作るときは坂本真綾のがよくすすみます。

さて、毎度のことながら、内容が間違っても、作者は責任を負いません。
まあ前期同様、数学に極力頼らない解説を目指すのでよろしくお願いします。

ちなみに、たいていしけプリ書いてるときは、酒を飲みながら書いているので、文章がおかしいとか細かいところがおかしいってのはデフォですww

0.1：演習問題の解答

演習問題の解答作るのめんどくせえりたいなあと思ってたら、うpしてくれました。

<http://www.if.t.u-tokyo.ac.jp/~mita/EM/>

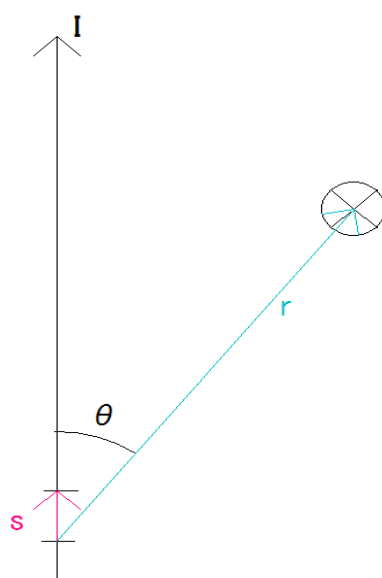
こちらを見てください。

1. 磁界

1.1: ビオ・サバールの法則

ある微小区間の電流が、離れた地点に作る磁界を表す法則です。

何となく点電荷が作る電界の式に似てますが、外積が出てきたり、誘電率でなく透磁率が出てきて、さらに分母でなく分子に来ていることなどに注意してください。



$$\Delta \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{\Delta \vec{S} \times \vec{r}}{r^3}$$

一応、定義式は↑のようになっています。なお、磁界の向きは当然ながら図のように電流に対して右ねじ方向です。

ただ磁界の向きさえ気にしなければ、下のように式変形したほうが、磁界の大きさが直感的にわかるのでいいんじゃないかと。

$$\Delta B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{\Delta S \cdot \sin\theta}{r^2}$$

ちなみに、もちろんある点での磁場を求めるためには、電流に沿って積分しなければなりません。

ここらへんの演習問題は演習問題第一回の3までをやるといいと思います。

1.2: アンペアの周回積分

とりあえず、式だけ書いておきます。

$$\oint \vec{B} d\vec{S} = \mu_0 NI \quad (N: \text{鎖交数})$$

$$\oint \vec{B} \cdot \vec{n} d\vec{S} = 0$$

いやあ、あいかわらず数式ってのは訳がわからんww

とりあえず、アンペアの周回積分ってのはガウスの法則の磁界版だと思います。なのでまずはガウスの法則を復習してみましょう。

ガウスの法則は、

「ある閉曲線から外に出る電界の合計はその内側の電荷に比例する」

「ある閉曲線の接線方向の電界の合計はゼロ」

というものでした。

アンペアの周回積分はこれと似通っています。↓こんな感じです。

「ある閉曲線の外側に出る磁界の合計はゼロ」

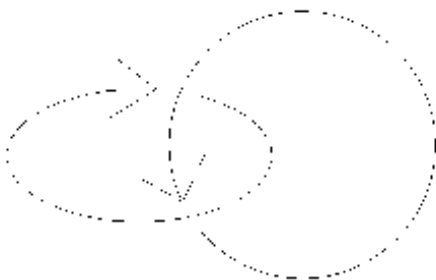
「ある閉曲線の接線方向に沿った磁界の合計はその閉曲線内の電流に比例する」

ただ、ぱっと見では似ていますが、微妙に電界と磁界その方向が違うことに注意してください。

まあ、ここまではいいと思いますが、鎖交数という概念が分かりにくいと思います。(ちなみに筆者の ATOK では「さこう」と打っても変換できません。(涙

まあ、いわば鎖交数ってのは、2つの閉曲線をバラバラにしたいときに、**何回紐を切って結ぶという動作を繰り返せばいいか**(ただし、一回の操作で越えていいのは一本の線だけ)といったとらえ方でいいんじゃないでしょうか？

そして、気をつけてほしいのは、**鎖交数には符号があるということです**。まあ、普段問題を解くときは電流とか磁界の向きは自分で考えて、絶対値だけで扱えばいいので気にしなくてもいいかもしれませんが。



こんな風に、お互いが右ねじの関係にある時に符号は正となります。

ここは演習問題第一回の4を解いてみるといいのではないのでしょうか。

1.3：ベクトルポテンシャル

ここは数式だらけなので、ぶっちゃけ俺はあんまり理解できてません。ただ、とりあえず電界にもポテンシャル(電位)があったように、磁界にもベクトルポテンシャルなるものが存在するらしいです。

磁界を $\vec{B}$ とすると、

$$\vec{B} = \text{rot}\vec{A}$$

となるような $\vec{A}$ を、ベクトル B のベクトルポテンシャルというらしいです。

電位はベクトルではなく、スカラーでしたが、こっちはベクトルなので注意してください。

で、この $\vec{A}$ はどうやって求めるかというと、電流がある時に↓のような式でわかるらしいです。

$$\frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{j(\vec{r})}{|\vec{X} - \vec{r}|} dV = \vec{A}$$

$\vec{X}$ は、ポテンシャルを求めたい場所をあらわします。

で、なんか $\vec{r}$ と V の関係がわかりにくいですが、導線はたいてい体積があるので、その体積にあわせて体積積分しろってことらしいです。ぶっちゃけわかりません(え

さて、このベクトルポテンシャルを使うと、以下のような法則が導けるらしいです。

$$\text{div}\vec{B} = (\text{divrot}\vec{A}) = 0$$

$$\oint \vec{B} \cdot n dS = 0$$

$$\text{rot}\vec{B} = \mu_0 j$$

$$\oint \vec{B} \cdot dS = \mu_0 j$$

・・・なんか数式だらけでサバイボでできそうなので、ここらでこの項目は勘弁してくださいw

2. 磁性体

2.1 磁性体の範囲はイミフってひとに向けて

たぶんここらへんから脱落者がでてくるのではないのでしょうか？

H と B ってなにが違うんよ？磁化ってなによ？みたいな声が聞こえて来そうです。

なので、まず最初にそこら辺をまとめておきたいと思います。

・いろいろな記号とその定義 ～とりあえず記号の意味から確認～

B : 磁束密度(単位は T または Wb/m^2)

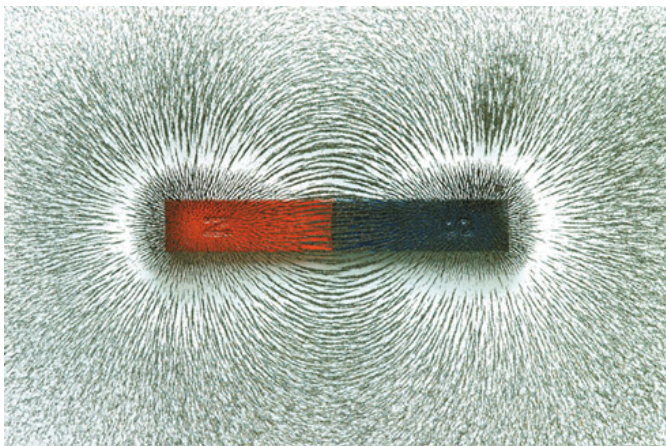
H : 磁界の強さ(単位ってあんの？これ？)

M : 磁化(単位？わかんね。)

さて、これを書きながら、俺の頭の中まで混乱してきました。

ホントややこしいなコイツら。

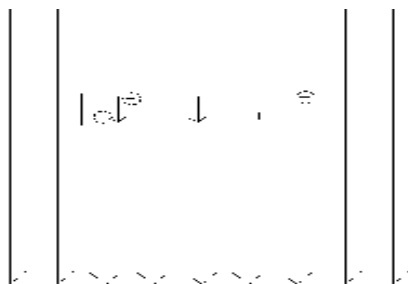
まあ、順を追って説明していくと、 $\text{div} B = 0$ って公式が示すように、磁束線ってのは途中で発生したり、消滅することはありません。



まあ、この写真の中で、擬似的に見えてる線が磁力線だととらえておけばいいのではないのでしょうか？で、断面積あたり、この線が何本通るかってのが磁束密度、すなわち B の意味です。

さてここで、「**磁界の強さ(H)って磁束密度に比例してんじゃねえの？**」ってな疑問が浮かんでくると思います。基本的にその間隔はあってます。実際、**真空中では、 $B = \mu_0 H$** という関係が成り立ちます。ただ、磁性体の中では磁性体の磁力のせいで、それが成り立たなくなるんです。

コンデンサーの極板間に誘電体を入れた時の事を思い出してください。



こんな感じで、誘電体の中では分極のせいで、電気力線は磁束

線同様、連続で消滅したりしないはずなのに、誘電体内では電界は減少しましたよね？
磁性体も同様です。磁束線は連続だけど、磁性体の内外では磁界の強さは不連続なんです。

さて、ここまで書けば、Mの意味はなんとなくわかってきたんじゃないでしょうか？
そう、双極子モーメントの和である分極と同じよう存在です。
ただ、誘電体の場合と違って、内部の磁界を弱くする場合もあれば、強くする場合もある事には注意してください。

2.2：磁性体

説明いるのか？ここ？

まあ、鉄みたいに磁界をかけると、そいつ自信まで磁石になっちゃうお茶目な物質の事を磁性体って言います。

ちなみに、たいていは外の磁界にあわせて、それに併せてちょっぴり磁化しちゃう奴らがメインですが、なかには外部磁場とは逆方向に磁化する奴ら(反磁性体)や、外部磁場にあわせて過剰に磁化しちゃう奴ら(強磁性体)もいます。

2.3 磁化

磁性ってのは、物質中で電子がスピンしているために起こると考えられています。スピンの方向がそろっていれば磁気を帯びてて、バラバラだったら磁気なしってな具合です。

ここで、それを定式化できないかと考えてしまうのが物理学者の悪い癖。おかげで俺らは大変です。まあ、黙って覚えるしかありません。

さて、それではどうやって定式化するんでしょう？ ここで、出てくるのが前述の鎖交という概念です。

ある点において、その点からいろんな方向に向かって微小線分 ΔL を考えると、ある方向で、その線分に鎖交する電流 ΔI が最大になるはずで。その時の、線分の向きと $\Delta L / \Delta I$ という大きさを持って、磁化ベクトル M なるものを定義しやがったんですね。

2.4 磁性体がある時の法則

アンペアの法則と磁束保存則は、磁性体があっても成り立ちます。

しかし、電流の定義が少し複雑で、

$$\text{全電流}(I) = \text{自由電流}(I_F) + \text{磁化電流}(I_M)$$

となります。

$$\text{rot} \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} = I$$

$$I_M = \text{rot} M$$

$$\text{rot} \left(\frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - M \right) = I_F$$

なる公式が授業ではでてきましたが、

おそらく、次のように考えたほうが覚えやすいんじゃないでしょうか？

まず、磁性体中では下の様な式が成り立ちます。

$$\frac{B}{\mu_0} = H + M$$

前々々項で説明したように、磁性体の外部の磁界の強さは左辺のようになり、磁性体の内部では磁界の力が磁化の分だけ弱まります。なので、こんな式が成り立つんですね。

さて、ここで、**H**というのは**I_F**にのみ影響を受けて発生するものだと覚えてください、そして

$$\text{rot}H = I_F$$

という式がその間には成り立ちます。

そして、同様に **M** は **I_M** に影響して発生するもので、

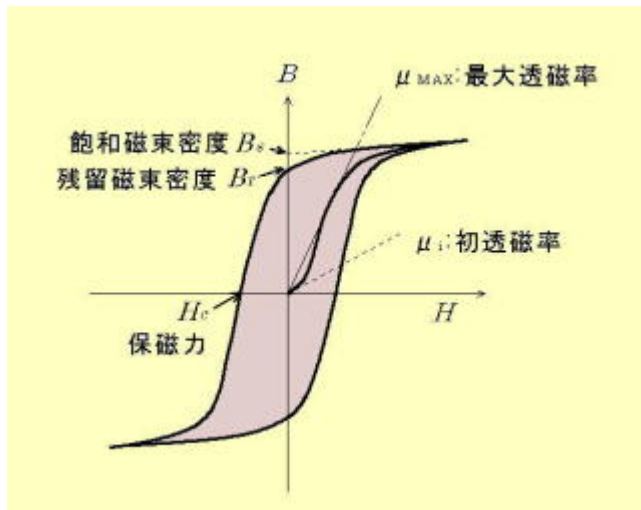
$$\text{rot}M = I_m$$

という式が成り立ちます。

この3つの式をよく見ると上の授業中の公式も導けますね。

個人的にかってに書き換えて申し訳ないですが、こっちのほうが「自由電流・H」「磁化電流・M」の結びつきが明確にわかるので良いのではないかと思います。

2.5 磁性体の磁化



磁性体に外部から磁場を与えると、左図のような挙動をしめします。

このような特性の事をヒステリシスと言います。

まあ、鉄を磁石でこすった事があればわかるように、一度磁化した物体というのは磁場をなくしても、しばらく磁化を維持しようとします。

なので、磁界を負から正に動かしていった時と、正から負に変化させていったときでは挙動がこんな風になります。

2.6 透磁率

ヒステリシスが小さければ、磁化と磁場の強さは比例と見なすことができます。

なので、

$$M = xH$$

とおきます。ここで x は磁化率といい、

- i : $x=0$ 真空
- ii : $x>0$ 常磁性体
- iii : $x<0$ 反磁性体
- iv : $x \gg 1$ 強磁性体

というようになります。

しかし、磁化率が表立って使われることはあまりなく、たいてい $\mu_0(1+x) \equiv \mu$ という値がよく使わ

れます。

これを用いると、

$$B = \mu H$$
$$(\mu = \mu_0(H + M))$$

というように、B と H を線形で結びつける事ができるようになります。超便利ですね。
だからこっちのほうがよく使われます。